

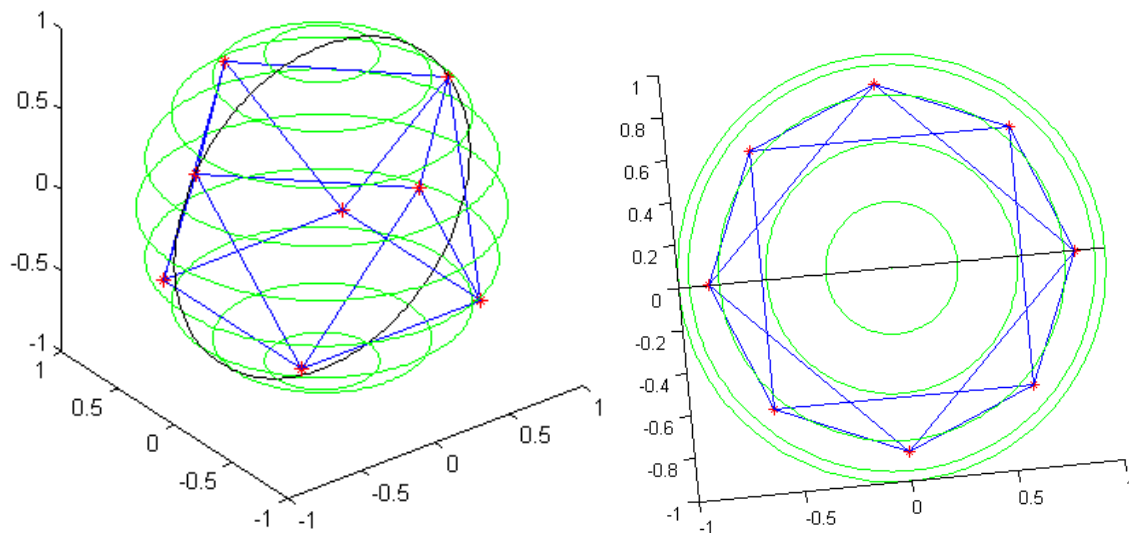
Wie platziert man 8 Punkte auf der Einheitskugeloberfläche.

Kleinste Abstand möglichst gross

Das quadratische Antiprisma (= verdrehter Würfel) hat die Eigenschaft, dass der kleinste auftretende Abstand zwischen zwei beliebigen Eckpunkten maximal ist. Diese Figur wurde 1945 von H. Rutishauser. Alle Kanten (und damit kleinste Abstände) sind 1.2156 lang.

Koordinaten:

x =	0.8595	-0.8595	0	0	0.6078	0.6078	-0.6078	-0.6078
y =	0	0	0.8595	-0.8595	0.6078	-0.6078	0.6078	-0.6078
z =	0.5111	0.5111	0.5111	0.5111	-0.5111	-0.5111	-0.5111	-0.5111

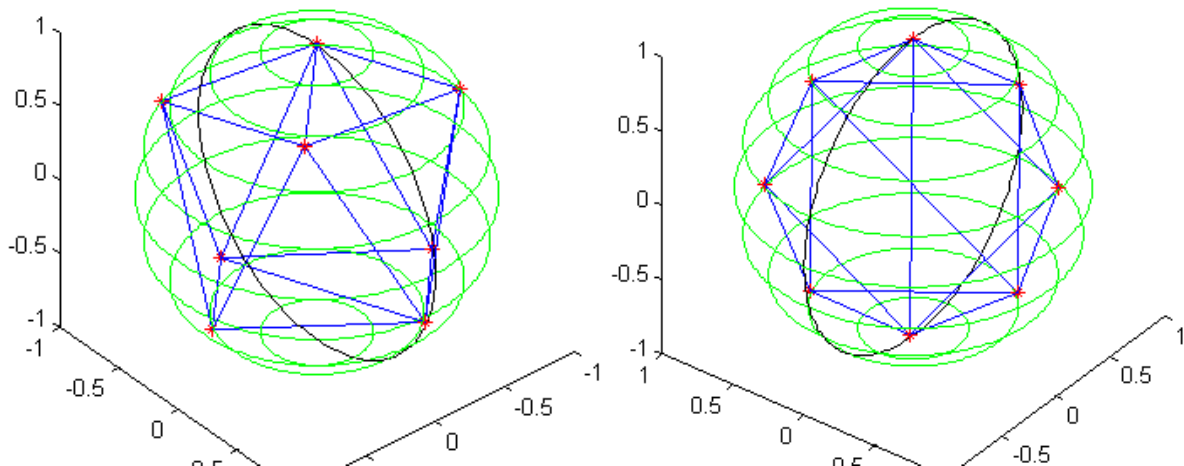


Summe aller Abstände möglichst gross

Ein gering verändertes Antiprisma hat die Eigenschaft, dass die Summe aller Abstände zwischen allen Punkten maximiert wird. Diese Summe ist 41.4731 (Antiprisma: nur 41.4349). Man beachte, dass sich dieses Antiprisma nur ganz wenig vom geometrisch perfekten Antiprisma unterscheidet! Der kleinste Abstand dieses Antiprismas ist 1.1633. (Die Koordinaten sind nur deshalb total verschieden, weil die Figur anders gedreht ist).

Koordinaten:

x =	-0.0067	0.9868	0.1113	-0.7495	0.4615	-0.2306	0.2947	-0.8675
y =	-0.0064	0.0066	-0.9415	-0.5544	-0.3809	0.5541	0.9416	0.3808
z =	1	0.1617	0.3181	-0.3618	-0.8012	-0.7999	0.163	0.3201

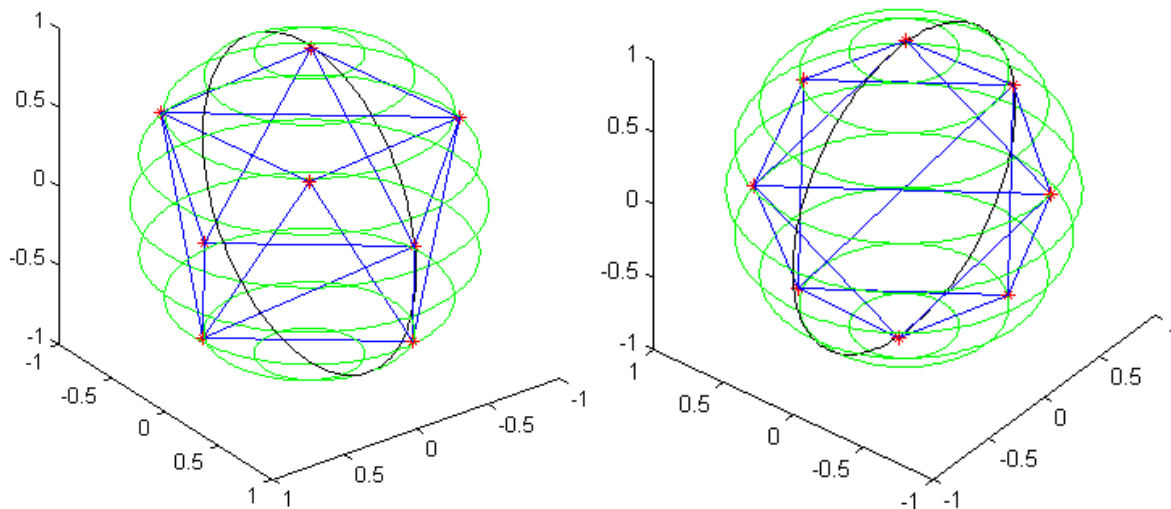


Summe der Abstossungskräfte zwischen den Punkten möglichst klein

Man betrachte die Punkte als sich abstossende Punktladungen die sich gemäss Coulomb-Gesetz mit der Kraft $1/r^2$ abstossen (Konstanten werden weggelassen). Werden alle Kräfte zwischen allen Punkten aufsummiert, hat folgende Konfiguration den geringsten Wert von 14.3368. Obwohl der Körper den oben genannten Resultaten sehr ähnlich sieht, ist dies ein anderes Antiprisma mit anderen Kantenlängen.

Koordinaten:

x =	0.0277	0.9885	0.1357	-0.7509	0.4379	-0.2653	0.2852	-0.8589
y =	0.0041	0.0024	-0.9411	-0.555	-0.3929	0.5485	0.9438	0.3902
z =	0.9996	0.1514	0.3097	-0.3581	-0.8086	-0.793	0.1671	0.3318

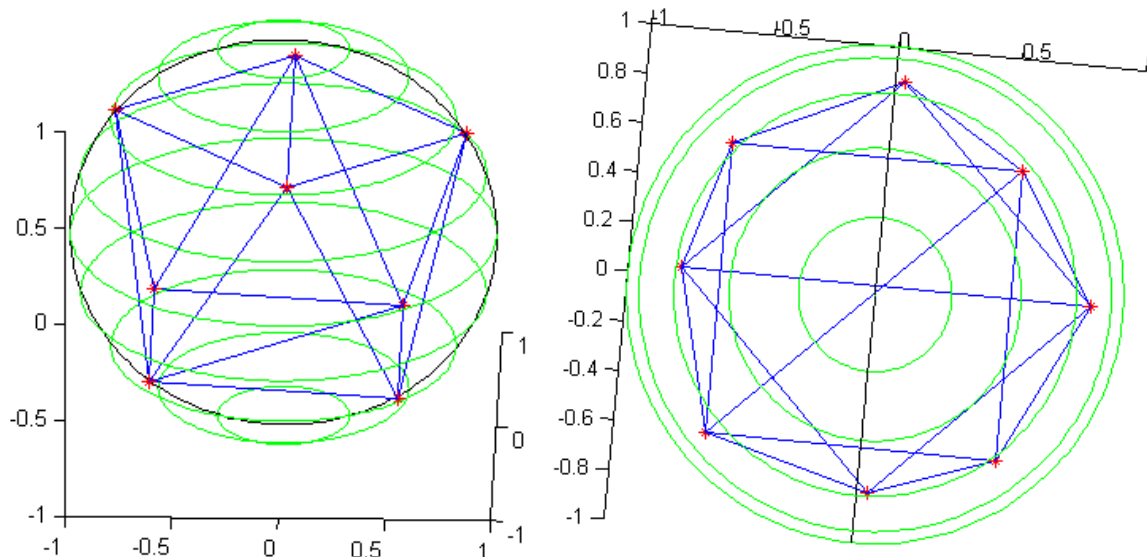


Summe der potentiellen Energien zwischen den Punkten möglichst klein

Zu einem Gesetz der Form $1/r^2$ gehört eine potentielle Energie die mit $1/r$ berechnet wird. Folgende Figur hat die Eigenschaft, dass die Summe der potentiellen Energie zwischen allen Punkten minimiert ist. Die Energie ist 19.6753. Auch dieses Resultat sieht den obigen wieder sehr ähnlich, ist aber wiederum anders. Die jeweiligen potentiellen Energien unterscheiden sich um wenige Zehntel.

Koordinaten:

x =	0.8608	-0.7925	0.0324	0.0359	0.5491	0.5516	-0.6199	-0.6174
y =	0.0396	0.0436	0.8675	-0.7843	0.541	-0.627	0.5438	-0.6242
z =	0.5074	0.6083	0.4964	0.6193	-0.637	-0.5501	-0.5656	-0.4787



Ein möglicher Algorithmus zur Berechnung, wie 8 Punkte um die Kugel angeordnet werden sollten

In diesem Algorithmus werden die Punkte als sich gegenseitig abstossende Punktladungen betrachtet. Führe folgende Schritte aus

1. Es werden 8 Punkte zufällig über die Kugel verteilt.
2. Es wird berechnet, wohin jeder einzelne Punkt von den anderen 7 Punkten durch die Abstossungskräfte gestossen wird (Vektorgeometrie).
3. Solange sich die Punkte bewegen, wiederhole Schritt 2.
4. Irgendwann bewegen sich die Punkte nicht mehr, befinden sich also in einer stabilen Konfiguration.

Das Resultat dieses Algorithmus war in allen (>100) gemachten Versuchen das gleiche wie das Resultat von „Summe aller Abstände möglichst gross“. Es ist insbesondere nicht dasselbe wie das Resultat für minimalste Abstossungskräfte oder potentielle Energie! Verteilt man in Schritt 1 die Punkte nicht zufällig, sondern gemäss eines jener Ergebnisse, ist das Resultat des Algorithmus trotzdem wiederum dasjenige aus „Summe aller Abstände möglichst gross“.